CIENCIA 18(2), 127 - 136, 2010
Maracaibo, Venezuela

Análisis de varianza para diseños en parcelas subdivididas con tratamientos terciarios aleatorios y un factorial en las subparcelas

Adriana Villa M.[1,], Lusbi Herrera[2], Isabel Díaz[3] y Antonio Sozzi[1]*

[1]*Departamento de Ingeniería Agrícola, Decanato de Agronomía, Universidad Centroccidental "Lisandro Alvarado" (UCLA). Cabudare, Venezuela.*

[2]*Facultad de Agronomía, Universidad Central de Venezuela (UCV). Maracay, Venezuela.*

[3]*Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela (UCV). Cagua, Venezuela.*

Recibido: 15-02-08 Aceptado 22-03-10

Resumen

En el presente trabajo se establece el esquema general para el análisis de varianza de diseños en Parcelas Subdivididas con tratamientos terciaros aleatorios y un factorial en las subparcelas; donde se determinan los numeradores y denominadores adecuados para realizar las pruebas F mediante la aproximación de los grados de libertad de Satterthwaite.

Palabras clave: análisis de varianza, diseños en parcelas subdivididas, Satterthwaite.

Analysis of variance for split plot designs with random tertiary and one factorial in subplots

Abstract

In this work general scheme for variance analysis carried out in a design in Split plot with randomly tertiary treatments and a factorial in the subparcels is established, where numerators and denominators are determined to make tests F by the approach of Satterthwaite's freedom degrees.

Key words: variance analysis, split plot, Satterhwaite.

Introducción

El Análisis de Varianza es una herramienta de gran utilidad en las inferencias de tipo experimental, donde el objetivo primordial se concentra en probar hipótesis referidas a los parámetros involucrados en el estudio. Un punto crucial para establecer el esquema de análisis se enmarca en el tipo de modelo bajo estudio, esto es, si se trata de un modelo de efectos fijos, efectos aleatorios o un modelo mixto.

Por otra parte, el Diseño en Parcelas Subdivididas, surge de la adición de un tercer factor en el Diseño de Parcelas Divididas mediante la división de las Subparcelas; esto es, cada bloque o réplica se divide conformándose las llamadas parcelas completas (tratamientos principales), luego cada parcela completa es dividida (agregando un segundo factor) conformándose las subparcelas (parcelas subdivididas), finalmente se añade un tercer factor a la última división, conformándose así las sub subparcelas.

* Autor para la correspondencia: avilla@ucla.edu.ve

Este diseño es de gran utilidad cuando el investigador desea mantener agrupadas combinaciones de tratamientos o facilitar las operaciones de campo, sin embargo, la restricción adicional a la distribución aleatoria hace necesario el calculo de un tercer término del error, el cual se utilizara para probar los efectos principales del factor aplicado a la sub-subparcela, así como todas las interacciones que incluyen a dicho factor; cuando se está en presencia de un modelo de efectos fijos. Cuando se está en presencia de un modelo de efectos aleatorios o mixto, el esquema de análisis no es tan sencillo ni directo, Montgomery [1], acota que en el caso de modelos mixtos donde todas las interacciones deben ser consideradas en el estudio, es necesario sintetizar un error mediante combinaciones lineales de cuadrados medios, para lo cual sugiere un procedimiento atribuido a Satterthwaite [2], éste bajo condiciones a los grados de libertad, aproxima dichas combinaciones lineales a una distribución F. Esto es, los cuadrados medios se seleccionan tales que $E(CME') - E(CME'')$ de [1] sea igual a un múltiplo del efecto (el parámetro del modelo o el componente de la varianza) considerado en la hipótesis nula

$$f = \frac{CME'}{CME''} \qquad [1]$$

Entonces, el estadístico de prueba definido en (1), se distribuye aproximadamente como $F_{p,q}$ con p y q grados de libertad, definidos en el apartado posterior. La teoría subyacente de esta prueba es que tanto el numerador como el denominador en [1] se distribuyen aproximadamente como múltiplos de variables aleatorias ji-cuadrada y puesto que tanto en el numerador como el denominador están compuestos por combinaciones lineales de cuadrados medios, estos son independientes.

En este orden de ideas, Borges Fernandes [3], calcula algebraicamente los componentes de varianza para experimentos en Parcelas Divididas con un esquema factorial en las parcelas principales, donde establece entre sus conclusiones que siempre que el modelo sea aleatorio o por lo menos exista un factor aleatorio, es necesario hacer combinaciones lineales de los cuadrados medios, a fin de obtener los estadísticos de pruebas *F* apropiados para los efectos principales y para la interacción de dos factores distribuidos en las parcelas principales; usando para ello la aproximación de Satterthwaite. Vale la pena acotar que Satterthwaite (mencionado por Montgomery [1]), sugiere prestar bastante atención al aplicar el procedimiento, puesto que pueden producir resultados negativos en caso de grados de libertad relativamente pequeños en cada cuadrado medio; ante tal dificultad existen métodos alternos como el Método de grandes muestras adicionales propuesto por Graybill y Wang [4] o el método de Máxima Verosimilitud.

El presente trabajo tiene como objeto establecer el esquema completo para el Análisis de Varianza en un Diseño de parcelas subdivididas con tratamientos terciarios aleatorios y una factorial en las subparcelas, considerando la hipótesis nula de igualdad de efectos, en el caso de factores fijos y la hipótesis nula de varianzas cero, en el caso de los factores aleatorios.

Materiales y métodos

En el presente estudio se considera un experimento en parcelas subdivididas con tratamientos terciarios aleatorios y un factorial en las subparcelas en un arreglo en bloques aleatorios y completamente balanceados. Así pues, se consideran *J* bloques, *I* tratamientos principales (parcela principal), *KL* tratamientos secundarios, productos de un factorial en la Sub-parcela y *M* tratamientos terciarios aleatorios (sub sub-parcelas). Se consideraran hasta las interacciones de segundo orden y para los errores se adoptara la siguiente notación:

$\delta_{ij} = (\tau'\beta)_{ij}$ = error(a)
(error de la parcela principal)

$\gamma_{ijkl} = (\beta\tau'\alpha\varsigma)_{ijkl}$ = error(b)
(error de la subparcela)

$\varepsilon_{ijklm} = (\beta\tau'\alpha\varsigma\tau''')_{ijklm}$ = error(c)
(error de la sub subparcela)

Así pues, se establece el siguiente modelo matemático:

$$y_{ijklm} = \mu + \tau'_i + \beta_j + \delta_{ij} + \left(\alpha_k + \varsigma_l + (\alpha\varsigma)_{kl}\right) + (\tau'\alpha)_{ik} + (\tau'\varsigma)_{il} + (\tau'\alpha\varsigma)_{ikl} + \gamma_{ijkl} + \tau'''_m + (\tau'\tau''')_{im} + (\alpha\tau''')_{km} + (\varsigma\tau''')_{lm} + (\alpha\varsigma\tau''')_{klm} + (\tau'\alpha\tau''')_{ikm} + (\tau'\varsigma\tau''')_{ilm} + \varepsilon_{ijklm}$$

con $i = 1,\ldots, I$; $j = 1,\ldots, J$; $k = 1,\ldots, K$;
$l = 1,\ldots, L$ y $m = 1,\ldots, M$

donde:

- y_{ijklm} : Observación correspondiente al *i*-ésimo tratamiento principal, *k*-ésimo y *l*-ésimo tratamiento secundario, *m*-ésimo tratamiento terciario en el *j*-ésimo bloque.
- τ'_i : Efecto del *i*-ésimo tratamiento principal (factor fijo en la parcela principal).
- β_j : Efecto del *j*-ésimo bloque (factor aleatorio en la parcela principal).
- α_k : Efecto del *k*-ésimo tratamiento secundario (factor fijo en la subparcela).
- ς_l : Efecto del *l*-ésimo tratamiento secundario (factor fijo en la subparcela).
- $(\alpha\varsigma)_{kl}$: Interacción *kl*-ésima de los tratamientos secundarios $\alpha\varsigma$ (factorial en la subparcela).
- $(\tau'\alpha)_{ik}$: Interacción *ik*-ésima del tratamiento primario τ' con el tratamiento secundario α.
- $(\tau'\varsigma)_{il}$: Interacción *il*-ésima del tratamiento primario τ' con el tratamiento secundario ς.
- $(\tau'\alpha\varsigma)_{ikl}$: Interacción *ikl*-ésima del tratamiento primario τ' y los tratamientos α y ς.
- τ'''_m : Efecto del *m*-ésimo tratamiento terciario (factor aleatorio en la sub subparcela).
- $(\tau'\tau''')_{im}$: Interacción *im*-ésima del tratamiento primario τ' y el tratamiento terciario τ'''.
- $(\alpha\tau''')_{km}$: Interacción *km*-ésima del tratamiento secundario α con el tratamiento terciario τ'''.
- $(\varsigma\tau''')_{lm}$: Interacción *ml*-ésima del tratamiento secundario ς y el tratamiento terciario τ'''.
- $(\alpha\varsigma\tau''')_{klm}$: Interacción *mkl*-ésima de los tratamientos secundarios α y ς con el tratamiento terciario τ'''.
- $(\tau'\alpha\tau''')_{ikm}$: Interacción *mik*-ésima del tratamiento primario τ', el tratamiento secundario α y el tratamiento terciario τ'''.
- $(\tau'\varsigma\tau''')_{ilm}$: Interacción *mil*-ésima del tratamiento primario τ', el secundario ς y el terciario τ'''.

Considerando el modelo anterior como un "Modelo Mixto", se establecen los siguientes supuestos:

$$\beta_j \sim NID\left(0,\sigma^2_\beta\right) \qquad \sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}(\alpha\varsigma)_{kl} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{I}\tau'_i = 0 \qquad \sum_{i=1}^{I}\sum_{k=1}^{K}(\tau'\alpha)_{ik} = 0$$

$$\delta_{ij} \sim NID(0,\sigma^2_{(a)}) \qquad \sum_{i=1}^{I}\sum_{l=1}^{L}(\tau'\varsigma)_{il} = 0$$

$$\sum_{k=1}^{K}\alpha_k = 0 \qquad \sum_{i=1}^{I}\sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}(\tau'\alpha\varsigma)_{ikl} = 0$$

$$\sum_{l=1}^{L}\varsigma_l = 0$$

$$\gamma_{ijkl} \sim NID\left(0, \sigma^2_{(b)}\right) \qquad (\varsigma\tau''')_{lm} \sim NID(0, \sigma^2_{\varsigma\tau'''})$$

$$\tau'''_m \sim NID(0, \sigma^2_{\tau'''}) \qquad (\alpha\varsigma\tau''')_{klm} \sim NID(0, \sigma^2_{\alpha\varsigma\tau'''})$$

$$(\tau'\tau''')_{im} \sim NID(0, \sigma^2_{\tau'\tau'''}) \qquad \varepsilon_{ijklm} \sim NID\left(0, \sigma^2_{(c)}\right)$$

$$(\alpha\tau''')_{km} \sim NID(0, \sigma^2_{\alpha\tau'''})$$

Además, los parámetros de efectos fijos, se caracterizan porque:

$$E(\tau'_i) = \tau'_i \qquad E(\tau'_i)^2 = \tau'^2_i$$

$$E(\alpha_k) = \alpha_k \qquad E(\alpha_k)^2 = \alpha_k^2$$

$$E(\varsigma_l) = \varsigma_l \qquad E(\varsigma_l)^2 = \varsigma_l^2$$

$$E\left((\tau'\alpha)_{ik}\right) = (\tau'\alpha)_{ik} \qquad E\left((\tau'\alpha)_{ik}\right)^2 = (\tau'\alpha)^2_{ik}$$

$$E\left((\tau'\varsigma)_{il}\right) = (\tau'\varsigma)_{il} \qquad E\left((\tau'\varsigma)_{il}\right)^2 = (\tau'\varsigma)^2_{il}$$

Los parámetros de efectos aleatorios, se caracterizan por:

$$\tau'''_m \sim NIID(0, \sigma^2_{\tau'''_m}) \qquad (\tau'\tau''')_{im} \sim NIID(0, \sigma^2_{\tau'\tau'''})$$

$$(\alpha\tau''')_{km} \sim NIID(0, \sigma^2_{\alpha\tau'''}) \qquad (\varsigma\tau''')_{lm} \sim NIID(0, \sigma^2_{\varsigma\tau'''})$$

$$(\alpha\varsigma\tau''')_{klm} \sim NIID(0, \sigma^2_{\alpha\varsigma\tau'''}) \qquad (\tau'\alpha\tau''')_{ikm} \sim NIID(0, \sigma^2_{\tau'\alpha\tau'''})$$

$$(\tau'\varsigma\tau''')_{ilm} \sim NIID(0, \sigma^2_{\tau'\varsigma\tau'''})$$

La estimación de los parámetros se realizó mediante el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios, considerando las restricciones propias del diseño establecido.

Los componentes de varianza fueron calculados por medio del método práctico de Hicks [5], siendo válidos para diseños balanceados o con un ligero desbalanceo [3]. En cuanto a los numeradores y denominadores adecuados para las correspondientes pruebas F, los grados de libertad asociados a cada combinación fueron estimados de acuerdo al procedimiento propuesto por Satterthwaite [2], el cual utiliza combinaciones lineales de cuadrados medios para la formación de estadísticos de pruebas, aproximándolos a una distribución F con p y q grados de libertad, donde la teoría subyacente a dicha prueba es que tanto los numeradores como los denominadores se distribuyen aproximadamente como múltiplos de variables aleatorias ji-cuadrada. Así por ejemplo, si el estadístico de prueba F se establece como

$$F = \frac{(CME_r + \ldots + CME_s)}{(CME_u + \ldots + CME_v)},$$

entonces se aproximará a una distribución F con

$$p = \frac{(CME_r + \ldots + CME_s)^2}{\frac{(CME_r)^2}{n_r} + \ldots + \frac{(CME_s)^2}{n_s}}$$

$$\text{y} \quad q = \frac{(CME_u + \ldots + CME_v)^2}{\frac{(CME_u)^2}{n_u} + \ldots + \frac{(CME_v)^2}{n_v}}$$

grados de libertad. En p y q, n_k es el número de grados de libertad asociados con el cuadrado medio CME_k; además como se puede notar, por la estructura de formación de p y q es posible que los mismos no sean números enteros, por lo que puede ser necesario hacer interpolaciones en las tablas de la distribución F. Finalmente, se consideran la hipótesis nula de igualdad de efectos (en el caso de factores fijos) y la hipótesis nula de varianzas cero, en el caso de los factores aleatorios.

Resultados y discusión

El análisis de Varianza para el diseño establecido se presenta en la tabla 1, donde se denota como $E(a)$, $E(b)$ y $E(c)$ a los errores de la parcela principal, subparcela y sub subparcela correspondientemente.

Por su parte, la tabla 2, presenta en resumen los componentes de varianza para cada factor y se denota como V_k $(k = 1, \ldots, 18)$ a los cuadrados medios de los k factores co-

Tabla 1
Esquema de análisis para un diseño en parcelas subdivididas con tratamientos terciarios aleatorios y un factorial en las subparcelas

Fuentes de variación	Grados de libertad (n)	Suma de cuadrados
B	J-1	$\frac{\sum_j (\mathbf{B}_j)^2}{IKLM} - FC$
T'	I-1	$\frac{\sum_i (\mathbf{T}'_{\mathbf{i}})^2}{JKLM} - FC$
E(a)	(J-1)(I-1)	$\frac{\sum_{ij} (\mathbf{T}'\mathbf{B})^2_{ij}}{KLM} - SCT' - SCB - FC$
A	K-1	$\frac{\sum_k \mathbf{A}^2_k}{IJLM} - FC$
C	L-1	$\frac{\sum_l \mathbf{C}^2_l}{IJKM} - FC$
AC	(K-1)(L-1)	$\frac{\sum_{kl} (\mathbf{AC})^2_{kl}}{IJM} - SC(A) - SC(C) - FC$
T'A	(I-1)(K-1)	$\frac{\sum_{ik} (\mathbf{T}'\mathbf{A})^2_{ik}}{JLM} - SCT' - SC(A) - FC$
T'C	(I-1)(L-1)	$\frac{\sum_{il} (\mathbf{T}'\mathbf{C})^2_{il}}{JKM} - SCT' - SC(C) - FC$
T'AC	(I-1)(K-1)(L-1)	$\frac{\sum_{ikl} (\mathbf{T}'\mathbf{AC})^2_{ikl}}{JM} - SCT' - SC(A) - SC(C) - SC(AC) - SC(TA) - C(TC) - FC$
E(b)	(KL-1)(IJ-I)	$\frac{\sum_{ijkl} (\mathbf{T}'\mathbf{BAC})_{ijkl}}{M} - SCT' - SCB - SCE_{(a)} - SC(A) - SC(C) - SC(AC) - SC(T'A) - SC(T'C) - FC$
T'''	M-1	$\frac{\sum_m (\mathbf{T}'''_{\mathbf{m}})^2}{IJKL} - FC$

Tabla 1 (*Continuación*)

Fuentes de variación	Grados de libertad (n)	Suma de cuadrados
T'T'''	(I-1)(M-1)	$\dfrac{\sum_{im}(\mathbf{T}'\mathbf{T}''')^2_{im}}{JKL} - SCT' - SCT''' - FC$
AT'''	(K-1)(M-1)	$\dfrac{\sum_{km}(\mathbf{AT}''')_{km}}{IJL} - SC(A) - SCT''' - FC$
CT'''	(L-1)(M-1)	$\dfrac{\sum_{lm}(\mathbf{CT}''')^2_{lm}}{IJK} - SC(C) - SC(T''') - FC$
ACT'''	(K-1)(L-1)(M-1)	$\dfrac{\sum_{klm}(\mathbf{ACT}''')^2_{klm}}{IJ} - SC(A) - SC(C) - SC(AC) - SCT''' -$ $SC(AT''') - SC(CT''') - FC$
T'AT'''	(I-1)(K-1)(M-1)	$\dfrac{\sum_{ikm}(\mathbf{T}'\mathbf{AT}''')^2_{ikm}}{JL} - SCT' - SC(A) - SC(T'A) - SCT''' -$ $SC(T'T''') - SC(AT''') - FC$
T'CT'''	(I-1)(L-1)(M-1)	$\dfrac{\sum_{ilm}(\mathbf{T}'\mathbf{CT}''')^2_{ilm}}{JK} - SCT' - SC(C) - SCT''' - FC$
E(c)	KL(M-1)(IJ-1) -(I-1)(M-1)(K+L-1)	$SCT - SCP$
Total	IJKLM-1	$\sum_{ijklm} y^2_{ijklm} - FC$

rrespondientemente, a fin de establecer los numeradores y denominadores adecuados para las pruebas F bajo las hipótesis usuales.

La tabla 2, evidencia, que el factor T' presente en la parcela principal, los factores A y C, así como las interacciones AC, T'A y T'C, presentes en las subparcelas y el efecto terciario T''' con las interacciones T'T''', AT''' y CT''', presentes en las sub-subparcelas, no presenta un denominador directo para establecer los estadísticos de prueba F acordes a las hipótesis establecidas correspondientemente, así se hace necesario establecer combinaciones lineales de sus cuadrados medios a fin de generar dichos estadísticos. En efecto, para el establecimiento de los estadísticos de prueba mediante combinaciones lineales de cuadrados medios, se aproximaran los grados de libertad asociados a estas combinaciones mediante el procedimiento de Satterthwaite [2]. Los resultados se muestran en la tabla 3.

Tabla 2
Componentes de varianza y esperanza de los cuadrados medios para un diseño en parcelas subdivididas con tratamientos terciaros aleatorios y un factorial en las subparcelas

F.V	E(CM)	Cuadrados medios
B	$\sigma^2_{(c)} + M\sigma^2_{(b)} + KLM\sigma^2_{(a)} + IKLM\phi_{\beta}$	V_1
T’	$\sigma^2_{(c)} + M\sigma^2_{(b)} + KLM\sigma^2_{(a)} + JK\sigma^2_{\tau'\tau'''\varsigma} + JL\sigma^2_{\tau'\alpha\tau'''} + JKL\sigma^2_{\tau'\tau'''} + JKLM\phi_{\tau'}$	V_2
E(A)	$\sigma^2_{(c)} + M\sigma^2_{(b)} + KLM\sigma^2_{(a)}$	V_3
A	$\sigma^2_{(c)} + M\sigma^2_{(b)} + JL\sigma^2_{\tau'\alpha\tau'''} + IJ\sigma^2_{\alpha\varsigma\tau'''} + IJL\sigma^2_{\alpha\tau'''} + IJLM\phi_{\alpha}$	V_4
C	$\sigma^2_{(c)} + M\sigma^2_{(b)} + JK\sigma^2_{\tau'\varsigma\tau'''} + IJ\sigma^2_{\alpha\varsigma\tau'''} + IJK\sigma^2_{\varsigma\tau'''} + IJKM\phi_{\varsigma}$	V_5
AC	$\sigma^2_{(c)} + M\sigma^2_{(b)} + IJ\sigma^2_{\varsigma\tau'''} + IJM\phi_{\alpha\varsigma}$	V_6
T’A	$\sigma^2_{(c)} + M\sigma^2_{(b)} + JL\sigma^2_{\tau'\alpha\tau'''} + JLM\phi_{\tau'\alpha}$	V_7
T’C	$\sigma^2_{(c)} + M\sigma^2_{(b)} + JK\sigma^2_{\tau'\varsigma\tau'''} + JK\phi_{\tau'\varsigma}$	V_8
T’AC	$\sigma^2_{(c)} + M\sigma^2_{(b)} + JM\phi_{\tau'\alpha\varsigma}$	V_9
E(b)	$\sigma^2_{(c)} + M\sigma^2_{(b)}$	V_{10}
T’’’	$\sigma^2_{(c)} + JK\sigma^2_{\tau'\varsigma\tau'''} + JL\sigma^2_{\tau'\alpha\tau'''} + IJ\sigma^2_{\alpha\varsigma\tau'''} + IJK\sigma^2_{\varsigma\tau'''} + IJL\sigma^2_{\alpha\tau'''} + JKL\sigma^2_{\tau'\tau'''} + IJKL\sigma^2_{\tau'''}$	V_{11}
T’T’’’	$\sigma^2_{(c)} + JK\sigma^2_{\tau'\varsigma\tau'''} + JL\sigma^2_{\tau'\alpha\tau'''} + JKL\sigma^2_{\tau'\tau'''}$	V_{12}
AT’’’	$\sigma^2_{(c)} + LJ\sigma^2_{\tau'\alpha\tau'''} + IJ\sigma^2_{\alpha\varsigma\tau'''} + IJL\sigma^2_{\alpha\tau'''}$	V_{13}
CT’’’	$\sigma^2_{(c)} + JK\sigma^2_{\tau'\varsigma\tau'''} + IJ\sigma^2_{\varsigma\alpha\tau'''} + IJK\sigma^2_{\varsigma\tau'''}$	V_{14}
ACT’’’	$\sigma^2_{(c)} + IJ\sigma^2_{\alpha\varsigma\tau'''}$	V_{15}
T’AT’’’	$\sigma^2_{(c)} + JL\sigma^2_{\tau'\alpha\tau'''}$	V_{16}
T’CT’’’	$\sigma^2_{(c)} + JK\sigma^2_{\tau'\varsigma\tau'''}$	V_{17}
E(c)	$\sigma^2_{(c)}$	V_{18}

En la tabla 3 se puede notar que, en la parcela principal, el efecto T' a pesar de ser un efecto fijo, su estadístico de prueba F no se calcula directamente, en efecto, para el numerador se uso la suma de su cuadrado medio y el cuadrado medio del error de la sub subparcela (error c) y para el denominador se uso la suma de los errores de la parcela principal y la sub subparcela. De igual manera se puede constatar que los factores incluidos en las subparcelas, producto del factorial AC de efectos fijos tampoco es directo el estadístico de prueba, siendo éstos formados por combinaciones de dos cuadrados medios correspondientemente, con excepción a la interacción T'AC, la cual es de forma directa.

Tabla 3
Estadísticos de prueba F mediante la aproximación de los grados de libertad de Satterthwaite (1946), donde los n_1 y n_2 se establecen como los grados de libertad según la tabla 1

F.V	Cuadrados medios	F	n_1	n_2
B	V_1	$V_1 \,/\, V_3$	n_{β}	$n_{E_{(a)}}$
T'	V_2	$(V_2+V_{18})/(V_3+V_{12})$	$\dfrac{(V_2+V_{18})^2}{\dfrac{(V_2)^2}{n_{\tau'}}+\dfrac{(V_{18})^2}{n_{E_{(c)}}}}$	$=\dfrac{(V_3+V_{12})^2}{\dfrac{(V_3)^2}{n_{E_{(a)}}}+\dfrac{(V_{12})^2}{n_{T'T'''}}}$
$E_{(A)}$	V_3	-		
A	V_4	$(V_4+V_{18})/(V_{10}+V_{13})$	$\dfrac{(V_4+V_{18})^2}{\dfrac{(V_4)^2}{n_{T'}}+\dfrac{(V_{18})^2}{n_{E_{(c)}}}}$	$\dfrac{(V_{10}+V_{13})^2}{\dfrac{(V_{10})^2}{n_{E_{(b)}}}+\dfrac{(V_{13})}{n_{AT'''}}}$
C	V_5	$(V_5+V_{18})/(V_{14}+V_{10})$	$\dfrac{(V_5+V_{18})^2}{\dfrac{(V_5)^2}{n_C}+\dfrac{(CM(CT'''))^2}{n_{E_{(c)}}}}$	$=\dfrac{(V_{10}+V_{14})^2}{\dfrac{(V_{10})^2}{n_{E_{(b)}}}+\dfrac{(V_{14})^2}{n_{CT'''}}}$
AC	V_6	$(V_6+V_{18})/(V_{10}+V_{15})$	$\dfrac{(V_6+V_{18})^2}{\dfrac{(V_6)^2}{n_{AC}}+\dfrac{(V_{18})^2}{n_{E_{(c)}}}}$	$\dfrac{(V_{10}+V_{15})^2}{\dfrac{(V_{10})^2}{n_{E_{(b)}}}+\dfrac{(V_{15})^2}{n_{ACT'''}}}$
$T'A$	V_7	$(V_7+V_{18})/(V_{10}+V_{16})$	$\dfrac{(V_7+V_{18})^2}{\dfrac{(V_7)^2}{n_{T'A}}+\dfrac{(V_{18})^2}{n_{E_{(c)}}}}$	$\dfrac{(V_{10}+V_{16})^2}{\dfrac{(V_{10})^2}{n_{E_{(b)}}}+\dfrac{(V_{16})^2}{n_{T'AT'''}}}$
$T'C$	V_8	$(V_8+V_{18})/(V_{17}+V_{10})$	$\dfrac{(V_8+V_{18})^2}{\dfrac{(V_8)^2}{n_{T'C}}+\dfrac{(V_{18})^2}{n_{E_{(c)}}}}$	$\dfrac{(V_{10}+V_{17})^2}{\dfrac{(V_{10})^2}{n_{E_{(b)}}}+\dfrac{(V_{17})^2}{n_{T'CT'''}}}$

Tabla 3 (*Continuación*)

F.V	Cuadrados medios	F	n_1	n_2
$T'AC$	V_9	V_9/V_{10}	$n_{T'AC}$	$n_{E_{(b)}}$
$E_{(b)}$	V_{10}	-		
T'''	V_{11}	$(V_{11}+V_{15}+V_{16}+V_{17})/(V_{12}+V_{13}+V_{14}+V_{18})$	$\dfrac{(V_{11}+V_{15}+V_{16}+V_{17})^2}{\dfrac{(V_{11})^2}{n_{T'''}}+\dfrac{(V_{15})^2}{n_{ACT'''}}+\dfrac{(V_{17})^2}{n_{T'AT'''}}}$	$\dfrac{(V_{12}+V_{13}+V_{14}+V_{18})^2}{\dfrac{(V_{12})^2}{n_{TT'''}}+\dfrac{(V_{13})^2}{n_{AT'''}}+\dfrac{(V_{14})^2}{n_{CT'''}}+\dfrac{(V_{18})^2}{n_{E_{(c)}}}}$
$T'T'''$	V_{12}	$(V_{12}+V_{18})/(V_{16}+V_{17})$	$\dfrac{(V_{12}+V_{18})^2}{\dfrac{(V_{12})^2}{n_{T'AT'''}}+\dfrac{(V_{18})^2}{n_{E_{(c)}}}}$	$\dfrac{(V_{16}+V_{17})^2}{\dfrac{(V_{16})^2}{n_{T'AT'''}}+\dfrac{(V_{17})^2}{n_{T'CT'''}}}$
AT'''	V_{13}	$(V_{13}+V_{18})/(V_{15}+V_{16})$	$\dfrac{(V_{13}+V_{18})^2}{\dfrac{(V_{13})^2}{n_{AT'''}}+\dfrac{(V_{18})}{n_{E_{(c)}}}}$	$=\dfrac{(V_{15}+V_{16})^2}{\dfrac{(V_{15})^2}{n_{ACT'''}}+\dfrac{(V_{16})^2}{n_{T'AT'''}}}$
CT'''	V_{14}	$(V_{14}+V_{18})/(V_{15}+V_{17})$	$\dfrac{(V_{14}+V_{18})^2}{\dfrac{(V_{14})^2}{n_{CT'''}}+\dfrac{(V_{18})^2}{n_{E_{(c)}}}}$	$\dfrac{(V_{15}+V_{17})^2}{\dfrac{(V_{15})^2}{n_{ACT'''}}+\dfrac{(V_{17})^2}{n_{T'CT'''}}}$
ACT'''	V_{15}	V_{15}/V_{18}	$n_{(ACT''')}$	$n_{E_{(c)}}$
$T'AT'''$	V_{16}	V_{16}/V_{18}	$n_{T'AT'''}$	$n_{E_{(c)}}$
$T'CT'''$	V_{17}	V_{17}/V_{18}	$n_{T'CT'''}$	$n_{E_{(c)}}$
$E_{(c)}$	V_{18}	-		

En la Sub subparcela, los estadísticos de prueba también requieren combinaciones de cuadrados medios. En efecto, el factor aleatorio T”’ tanto en su numerador y denominador poseen cuatro factores de cuadrados medios combinados, las interacciones dobles (AC, T’A, T’C, T’T”’, AT”’ y CT”’) utilizan las combinaciones de dos cuadrados medios y finalmente las interacciones de tres factores (ACT”’, T’AT”’ y T’CT”’) sus estadísticos de prueba son calculados de la manera usual.

Conclusiones

En el Análisis de Varianza es de vital importancia calificar el tipo de modelo bajo estudio, es decir, si se trabaja con un modelo de efectos fijos, aleatorios o mixtos.

Mediante el presente estudio se pudo constatar el fuerte impacto de los factores aleatorios en un diseño en Parcelas Sub Divididas, ya que el mismo influye de manera directa en la formación de los estadísticos de prueba tanto para los efectos fijos como las interacciones presentes, pues se puede notar que de 15 efectos a ser probados solo 5 poseen un estadístico F formado de manera usual. La tabla 3 presenta el esquema completo del análisis de varianza para un diseño en Parcelas Divididas con tratamientos terciarios aleatorios y un factorial en las sub parcelas.

Referencias bibliográficas

1. MONTGOMERY D. ***Diseño y Análisis de Experimentos***. Limusa S.A. de C.V. Grupo Noriega Editores. México D.F (México). 511-584. 2004.
2. SATTERHWAITE F.E. ***Biometr Bull*** 2(6): 110-114. 1946.
3. BORGES FERNANDES G. ***Pesq Agropec Bras*** 27(6): 797-804. 1992.
4. GRAYBILL F.A., WANG C.M. ***J Am Stat Assoc*** 75:872. 1980.
5. HICKS C.R. ***Fundamental Concepts in the Desing of Experiments***. Holt, Rinehart and Winston. New York (USA). 173-185. 1973.