

Geoidal correction methods for GPS geodetics measurements (Geoidal correction)

Luis Franco and Melvin Hoyer

*Escuela de Ingeniería Geodésica, Universidad del Zulia
Apdo. Postal 10311 - Fax 58-61-512197, Maracaibo, Venezuela*

Abstract

This work analyzes the problem of fixing GPS ellipsoidal heights by geoidal undulation effects. It studies some correction models that some institutes use for that purpose, here in Venezuela; testing them on a previously selected test network, analyzing the results obtained on the different tests, comparing them with the height values of the points in the DCN system, with special emphasis on the differences between them. Conclusions and recommendations are presented to GPS users with respect to the advantages and disadvantages of each geoidal correction model.

Key Words: GPS, geoid, height.

Métodos de corrección geoidal para mediciones geodésicas GPS (Corrección geoidal)

Resumen

En este trabajo se presenta un análisis de la problemática relacionada con la corrección, por efecto de ondulación geoidal, de las alturas medidas con GPS. Se estudian varios modelos de corrección que para ese objetivo utilizan diversos usuarios en el país, aplicándolos a una red de prueba seleccionada y analizando además los resultados obtenidos en las diferentes soluciones, sobre todo en lo referente a las variaciones de dichos resultados con respecto a los valores de las alturas de los puntos en el sistema de la Dirección de Cartografía Nacional. Se presentan también las conclusiones y recomendaciones a los diferentes usuarios del GPS sobre las ventajas y desventajas de cada modelo de corrección.

Palabras Claves: GPS, geoide, altura.

Introducción

En este trabajo se analizan diferentes métodos para corregir o reducir alturas elipsoidales obtenidas mediante tecnología satelital (GPS, Doppler) a alturas ortométricas, las cuales están referidas al geoide como datum vertical, dado que esto representa un gran problema en aquellos países donde se utilizan las mediciones sa-

telitales sin conocer la ondulación del geoide y tienen como altura oficial la ortométrica.

En primer lugar, se trata de especificar el caso venezolano donde se realizan mediciones satelitales continuas que han conducido a la aparición de diversas formas de corrección. Luego de presentar la metodología y el procedimiento que utilizan los diferentes modelos de corrección geoidal para alturas GPS usados en Vene-

zuela, se aplica cada uno de ellos en una red de prueba que consta de 14 puntos del control vertical venezolano ubicados en una región montañosa con cambios de pendiente geoidal fuertes, representando dificultades para la aplicación de cualquier modelo de corrección.

Simultáneamente a la aplicación de los diferentes modelos se realiza una comparación con los respectivos valores de la Dirección de Cartografía Nacional (DCN), y al finalizar las pruebas se hace una comparación y análisis entre los modelos tomando en cuenta los factores existentes en la zona que pueden influir sobre ellos. Las conclusiones y recomendaciones derivadas de este análisis, permiten establecer los criterios más adecuados sobre el cómo, cuándo y dónde se deben utilizar cada uno de los métodos de corrección de acuerdo a las necesidades que tengan los diferentes usuarios.

Planteamiento del Problema

El Sistema de alturas utilizado en Venezuela es el de las alturas ortométricas materializado por los BMs monumentados y medidos por la Dirección de Cartografía Nacional (DCN), cuyos valores se denominan **cotas** debido a que no han sido reducidos por efecto de la gravedad, pero para algunos fines estas alturas sin corregir se pueden considerar como alturas ortométricas [1].

Las alturas obtenidas mediante el Sistema de Posicionamiento Global (GPS) están referidas al sistema elipsoidal WGS-84 y no al geode (ortométricas)[2]. Estas alturas elipsoidales GPS deben corregirse o transformarse a ortométricas mediante algún procedimiento o método que no haga uso del conocimiento previo de la ondulación en el punto [3], puesto que allí radica la dificultad de la transformación, por que en el país no se dispone de ésta información y como se sabe la corrección geoidal a partir de un modelo global no es suficiente .

En Venezuela, los diversos usuarios del GPS requieren soluciones inmediatas, que les permita resolver de manera adecuada sus necesidades. Los diferentes rangos de exactitud requeridos pueden ser cumplidos estableciendo varias alternativas acordes a los requerimientos.

Módelos de Corrección

Modelos Globales de Geoides

Los geoides globales [4] consisten en una aproximación del geode verdadero con ciertas discrepancias debido a que no se consideran efectos locales. Estos son determinados por los satélites en forma global más datos terrestres, lo que ha permitido que muchos usuarios los utilicen como modelo de corrección, siendo uno de los métodos más usados y tal vez el menos preciso. Interpolando en los modelos en forma lineal o mediante polinomios para cada punto de observación se obtiene la corrección altimétrica correspondiente [5].

Actualmente se dispone, entre otros, de los modelos GEOID84, OSU89B y el más reciente y exacto OSU91A, los cuales son utilizados para obtener ondulaciones, mediante la expresión (1):

$$Ngl = h - H \quad (1)$$

donde Ngl es la ondulación del geode obtenida a partir del modelo global, h y H las alturas elipsoidales y ortométricas respectivamente.

Modelo de Corrección de las -Diferencias de Ondulaciones Locales- (MOL)

Este modelo fue diseñado y usado en la Escuela de Ingeniería Geodésica de la Universidad del Zulia [6] para el proyecto APTE (Apoyo Para Trabajos de Exploración) de CORPOVEN que cubre los Estados Guárico, Barinas, Cojedes y Apure, con el objetivo de solucionar el problema del desconocimiento de la altura ortométrica, realizando un estudio del comportamiento de las diferencias de ondulaciones (dN) y otro que considera ondulaciones globales (Ngl) y locales ($Nloc$).

El procedimiento para corregir con este modelo se fundamenta en la utilización de la siguiente fórmula:

$$dNloc_{A-B} = (h_B - h_A) - (Ngl_B - Ngl_A) - (H_B - H_A) \quad (2)$$

donde:

- $(h_B - h_A)$: se obtiene con GPS
 $(Ngl_B - Ngl_A)$: se obtiene a través de modelos de geoides globales
 $(H_B - H_A)$: se obtiene a través de la nivelación geométrica

Se supone la medición GPS sobre algunos puntos BM.

La expresión (2) es la fórmula clave en la corrección de alturas elipsoidales en puntos GPS sin ninguna información (con éste modelo), ya que permite construir mapas de corrección geoidal para obtener con la fórmula (3) alturas ortométricas designadas como H^*

$$H^* = h_{WGS84} - (Ngl + dNloc) \quad (3)$$

En este caso se debe contar con varios puntos de altura conocida medidos con GPS, con la expresión 2 se determinan las diferencias de ondulación local entre ellos con lo cual se construye un mapa de curvas de ondulación en el cual se interpolan los valores de los nuevos puntos.

Nueva Fórmula "MOLcorr" para Calcular la Altura Ortométrica de los Nuevos Puntos GPS

La misma se basa en la fórmula original para obtener las curvas de diferencia de ondulación local que permiten generar el mapa de corrección. Dicha fórmula es la siguiente:

$$H_A \text{ corr} = H_B + h_A - h_B - Ngl_A + Ngl_B + dNloc_{A-B} \quad (4)$$

donde $dNloc_{A-B}$ se obtendría de la respectiva interpolación en el mapa de curvas y la incógnita sería la altura ortométrica desconocida del punto $H_A \text{ corr}$ puesto que H_B se conoce de su utilización previa como punto base para generar el mapa de curvas.

La diferencia básica entre este procedimiento y el anterior se fundamenta en la utilización de la fórmula (3) o (4) para determinar la altura ortométrica del punto medido con GPS. Como puede observarse de una simple comparación entre ambas fórmulas, la (3) no utiliza

ningún otro punto como referencia solo el valor $dNloc$ tomado del mapa, mientras que la (4) establece una relación con otro punto mediante todas las magnitudes que entran en ella (h , H , Ngl) y el valor $dNloc$ es también relativo entre los puntos A y B.

Modelo de Corrección "del Pivote" (MDP)

Este modelo diseñado y utilizado en la empresa GECOVEN [7] se fundamenta en:

- Se tiene una serie de puntos con altura conocida (trigonométrica u ortométrica) los cuales son medidos con GPS. Por lo menos debe existir un punto del control vertical (BM).

- Utilizando un modelo de geoide global en un punto de control vertical, se calcula una ondulación global (Ngl), determinándose de este modo una altura ortométrica (H_{WGS84}) que no considera ondulaciones locales ($Nloc = 0$).

$$H_{WGS84} = h_{WGS84} - Ngl \quad (5)$$

- Determinado H_{WGS84} se calcula la diferencia de altura ortométrica en el punto de control vertical con H_{DCN} (BM):

$$Kp = HDCN - H_{WGS84} \quad (6)$$

sustituyendo (5) se tiene:

$$Kp = HDCN - h_{WGS84} + Ngl \quad (7)$$

Este punto de control vertical se utiliza como PIVOTE.

- Luego se calcula con (7) el Kn en los demás puntos con altura conocida (aunque sea trigonométrica) y se le resta el Kp del punto PIVOTE.

$$dKn = Kn - Kp \quad (8)$$

- Los dK se plotean en un mapa para generar las curvas de corrección geoidal.

- La altura ortométrica de los nuevos puntos GPS ($H?$) que no posean información (de altura ortométrica) se calcula con la expresión (9) donde el valor $dKn?$ del nuevo punto se

obtiene interpolando o extrapolando del mapa de correcciones geoidales.

$$H? = hWGS84 - N_{gl} + K_p + dK? \quad (9)$$

Modelo de Corrección "de las Pendientes" (MLP)

Este modelo fue usado por la empresa TRANARG y el mismo correlaciona alturas elipsoidales (satelitales) con alturas ortométricas, se asume igual curvatura de las dos superficies en toda la extensión de la red del proyecto. En caso necesario el área de un proyecto podrá ser subdividida en bloques más pequeños que cumplan con esta condición.

De ésta forma, la correlación elipsoidal-geoidal se reduce a la corrección de dos planos, definidos en el mismo sistema de coordenadas. La definición del plano geoidal con respecto al plano elipsoidal se expresa con la siguiente fórmula [8]:

$$H = hWGS84 + N + P_e \times D_e + P_n \times D_n \quad (10)$$

donde:

- H : Altura ortométrica a determinar
 N : Ondulación del geoide en el punto de referencia
 hWGS84 : Altura elipsoidal del punto
 P_e, P_n : Pendiente o inclinación del geoide respecto al elipsoide en el sentido E-O y N-S respectivamente
 D_e, D_n : Coordenadas Este y Norte con respecto al punto de referencia

Las pendientes **P_e** y **P_n** se determinan mediante dos puntos **A** y **B** con cota conocida, los cuales poseen cada uno su valor de ondulación **N** y sus coordenadas planas UTM (Norte, Este) donde **A** será el punto de referencia proyectando el geoide y el elipsoide en los planos Este-Oeste y Norte-Sur, es posible obtener las distancias **dE** y **dN** en dichos planos con las expresiones:

$$dE = ((Este_A - Este_B)^2 + N_B^2)^{1/2} \quad (11)$$

$$dN = ((Norte_A - Norte_B)^2 + N_B^2)^{1/2} \quad (12)$$

como ya se conoce la ondulación **N** en **B** (**N_B**) es posible determinar también las pendientes **P_e** y **P_n** (haciendo **N_A = 0**) entre ambas superficies en los mismos planos con las expresiones (13) y (14):

$$P_e = \frac{N_B}{d_E} \quad (13)$$

$$P_n = \frac{N_B}{d_N} \quad (14)$$

Las coordenadas **dE** y **dN** son simplemente las distancias en dichos sentidos (Este, Oeste) entre un punto (al que se le está aplicando la fórmula) y el origen, que sería en éste caso el punto de referencia.

Las expresiones para obtener dichos valores serán:

$$D_e = Este_p - Este_A \quad (15)$$

$$D_n = Norte_p - Norte_A \quad (16)$$

donde:

Este_p y Norte_p : Coordenadas del punto a introducir en la fórmula

Este_A y Norte_A : Coordenadas del punto de referencia

Para aplicar la fórmula (10) a un punto GPS con altura ortométrica desconocida es necesario definir cual es el área del proyecto y escoger los dos puntos de cota vertical conocida más extremos, fijar uno de ellos como referencia y el otro de apoyo para determinar la pendiente del geoide con respecto al elipsoide WGS84, puesto que es conocida la ondulación en dichos puntos. El siguiente paso es obtener las pendientes del geoide con respecto a dicho elipsoide en el sentido Este-oeste (**P_e**) y Norte-Sur (**P_n**) entre estos puntos extremos, ya que se supone que la pendiente debe mantenerse en toda el área del proyecto. Finalmente se determinan las coordenadas Este y Norte (**D_e** y **D_n**) con respecto al punto de referencia.

Método de Ajuste

Uno de los grandes avances que ha presentado la informática en los últimos años es la

aplicación con más rapidez y sencillez de las teorías de Ajuste y Compensación de mediciones satelitales combinadas o no con otras convencionales, como lo muestra la Colocación [9]. La tecnología satelital, con su elevado número de mediciones ha hecho necesaria la aparición de excelentes programas de ajuste de redes, que aparte del cálculo de compensación, son capaces de simular el comportamiento de las redes a ser medidas.

En la actualidad existen varios programas de ajuste para redes GPS de los cuales dos de los más conocidos y usados son los paquetes TRIMNET y GEOLAB diseñados por las casas TRIMBLE NAVIGATION y GEOsurv Inc. respectivamente. En éste trabajo se investigaron las potencialidades de dichos programas como métodos de corrección geoidal al derivar alturas ortométricas en determinados puntos, partiendo de aquellos en los cuales se conoce dicha altura. Los paquetes mencionados trabajan referidos al datum satelital original WGS84 (sistema elipsoidal), pero además están provistos de opciones que permiten generar resultados en otro sistema o datum. Es decir, si fijamos los valores de algunos puntos en un datum o sistema específico, tras el ajuste los valores resultantes en el resto de los puntos van a estar referidos al mismo sistema de los puntos fijados. En este

caso se realizan las mediciones GPS sobre todos los puntos asegurándose de que exista la debida redundancia que permita el posterior ajuste y se fijan los valores planimétricos y altimétricos de los puntos conocidos en la compensación.

Red de prueba

Para probar la bondad de los métodos descritos al momento de utilizarlos en la corrección de alturas elipsoidales GPS por efecto de la ondulación geoidal, se aplica cada uno de ellos sobre una misma red de prueba, y para ejecutar esta etapa fue seleccionada una red que pertenece al proyecto Rio Socopo-Boconó-Acarigua incluido en las exploraciones sísmicas del Flanco Sur-Andino entre los estados Trujillo, Mérida, Zulia, Portuguesa y Barinas ejecutadas para CORPOVEN.

La red consta de 14 vértices con altura ortométrica (cota) conocida (ver figura 1), pertenecientes a la red de control vertical venezolano, los cuales están distribuidos irregularmente en la zona y sus alturas varían desde 142.19 hasta 3507.31 m snmm, dando como resultado grandes diferencias de ondulaciones locales; en otras palabras, es una de las zonas donde se presentan grandes irregularidades en el comportamiento del geoide, por lo tanto, los diversos

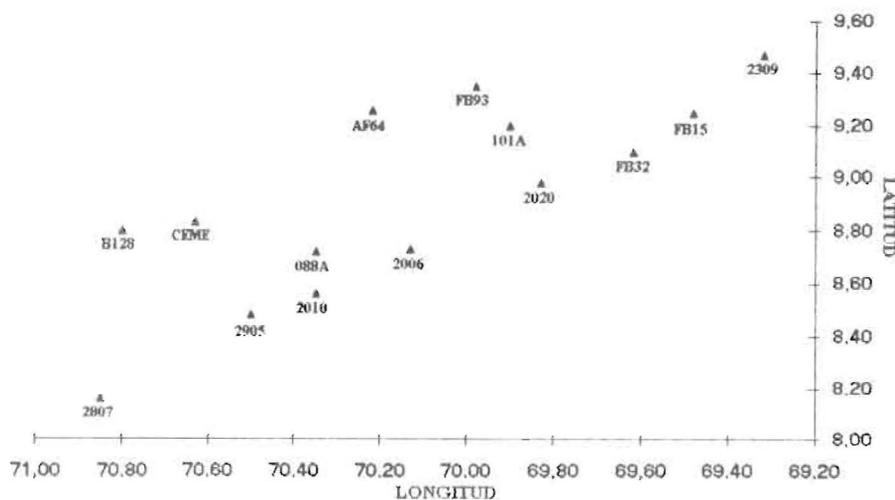


Figura 1. Red de prueba

métodos de corrección se aplican en condiciones extremas que prueban su capacidad de obtener las mejores exactitudes, tanto en la interpolación como en la extrapolación de valores. Para la realización de mediciones GPS sobre los puntos, se tuvo que trasladar la altura original de los BMs con nivelaciones geométricas hasta situarlos en una zona cercana que reuniera las condiciones mínimas que exigen las observaciones satelitales.

En consecuencia, todos los puntos usados son auxiliares excéntricos y las nivelaciones geométricas realizadas para ello, se consideran libres de error, así como las alturas originales de los vértices. Las mediciones satelitales se ejecutaron en modo estático, con períodos de observación comprendidos entre 1½ y 2 horas. Se usaron tres equipos de doble frecuencia de la casa Trimble modelo 4000SSE con el fin de tener cierres de triángulos conformados por líneas bases largas. Los criterios de aceptación de los resultados del procesamiento de las observaciones (RMS, RATIO, BIAS CICLO) permitieron garantizar la buena calidad de los mismos.

En el procesamiento se utilizó el software GPSsurvey 1.10 de la Trimble, que permite procesar en forma automática la data de campo optimizando el resultado. El ajuste de las redes conformadas por la disposición geométrica de las líneas bases medidas fue realizado con el Trimnet, fijando para ello puntos de la red principal de control horizontal y en altimetría solo se fijó un punto. Se hace notar que las alturas ortométricas poseen una pequeña discrepancia con respecto a las cotas de la DCN. Esto se debe a que las alturas de DCN no se les ha hecho la reducción por gravedad, por lo tanto, para los fines de esta investigación se han considerado las cotas libres de errores.

Aplicación de los Métodos de Corrección a la Red de Prueba

Pruebas con los modelos globales de corrección geoidal

Al realizar las mediciones GPS sobre los puntos de la red, su posterior procesamiento y el respectivo ajuste, se obtienen las coordenadas

elipsoidales (Latitud, Longitud y Altura Elipsoidal) con una buena exactitud. Seguidamente se procede a utilizar el programa del geoide OSU-91A, en el cual se introducen como datos de entrada las coordenadas elipsoidales latitud y longitud de cada uno de los puntos, realizando de inmediato la respectiva interpolación para obtener la ondulación N_{gl} en el punto. La ondulación con respecto a este geoide se denomina Ondulación Global N_{gl91} . Luego con la expresión (17) se calcula la referida altura ortométrica H^*91

$$H^* = h_{WGS84} + N_{gl} \quad (17)$$

en cada uno de los vértices y se compara con la ortométrica del control vertical mostrando la diferencia entre ambas en la tabla 1. En ella se puede observar que las diferencias están en el orden de -1.95 hasta -8.81 m, para los puntos FB128 y CEME respectivamente. Sin embargo, para todos los otros puntos las diferencias oscilan entre 5 a 7 m.

Otra comparación, realizada con los valores de las ondulaciones del geoide global N_{gl} y la puntual, obtenida por diferencia de altura elipsoidal GPS y la ortométrica, se muestra en la tabla 2. Aquí se puede observar la notable diferencia entre los valores; se puede presumir, de acuerdo a los resultados, que en ésta zona existe una considerable separación entre ambos geoides, sumado a su vez a las grandes diferencias de ondulaciones del geoide local que el geoide global trata de simular. Resultados similares se obtienen utilizando otro modelo geoidal global como por ejemplo el GEOID84. En consecuencia, el uso de las alturas H^*91 en la zona está restringido a la precisión requerida en el trabajo.

Prueba con el Método de las Ondulaciones Locales (MOL)

En este método se generó el mapa de curvas con los puntos B128, AF64, 2309, 101A, 2020, 2905, FB32, BM93 y 2006. Se escogió como punto base el vértice 088A por estar en la parte central de la red con una elevación promedio. Se realizaron los cálculos respectivos y se introdujeron los datos en el paquete SURFER

Tabla 1
Resultados H*91 de OSU-91A y comparación con DCN

Vertice	H(DCN)	H* 91	DELTA H
2006	214.01	219.93	-5.92
2905	229.24	234.97	-5.73
2807	246.58	253.11	-6.53
CEME	1730.59	1739.40	-8.81
088A	288.38	295.44	-7.06
2010	217.82	223.78	-5.96
2020	152.17	157.46	-5.29
FB93	510.04	516.26	-6.22
FB15	165.78	170.86	-5.08
2309	239.92	244.82	-4.90
101A	327.03	332.62	-5.59
FB32	142.19	147.39	-5.20
AF64	1556.09	1563.57	-7.48
B128	3514.66	3516.61	-1.95

Tabla 2
Resultados Ngl91 de OSU-91A y comparación con N de DCN

Vertice	Ondulación Ngl91	Ondulación N	DELTA N
2006	-8.67	2.75	11.42
2905	-6.61	0.88	7.50
2807	-5.48	-1.05	4.44
CEME	-3.58	5.22	8.81
088A	-7.06	0.80	7.87
2010	-7.62	1.66	9.29
2020	-9.59	4.30	13.90
FB93	-7.53	1.31	8.85
FB15	-10.98	5.90	16.88
2309	-11.52	6.63	18.15
101A	-8.41	2.81	11.22
FB32	-10.42	5.22	15.65
AF64	-6.41	-1.07	5.34
B128	-1.85	-7.46	-5.61

[10] para la creación de las curvas de diferencia geoidal. La figura 2 presenta el mapa de curvas obtenido en esta prueba, como ejemplo de los mapas similares generados bajo diferentes condiciones con los otros modelos. De dichas curvas se extrajeron, interpolando y extrapolando, los valores dN de los puntos de prueba utilizados en las dos fórmulas:

- Fórmula MOLnormal: los resultados obtenidos se muestran en la tabla 3, donde la diferencia con respecto a la altura ortométrica (cota) DCN es aproximadamente de 6 m.

- Fórmula MOLcorr: los resultados se aprecian en la tabla 4. Las diferencias obtenidas son menores que con la fórmula MOLnormal, lo que demuestra que se adapta mejor a las ondulaciones del geode en la zona. La diferencia con respecto a la altura ortométrica en los puntos interpolados (2010, FB15) es menor en el vértice más alejado (FB15), quizás producto de que la pendiente de la diferencia geoidal es más suave en el punto alejado.

La diferencia en el vértice 2807 es aceptable considerando que se trata de un punto ex-

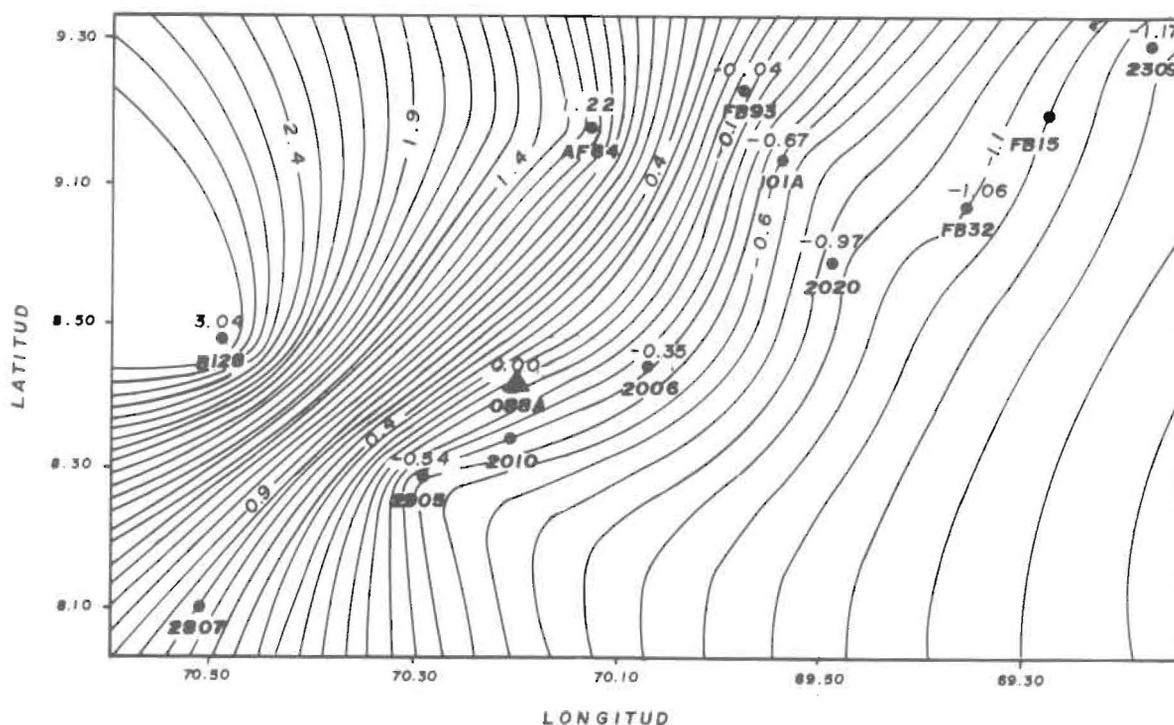


Figura 2. Mapa de curvas generado con el método de ondulaciones locales

Tabla 3
Resultados Prueba (MOLnormal)

Punto	H (DCN)	H MOLnormal	DELTA H
2010	217.82	224.22	6.40
2807	246.58	252.43	5.85
FB15	165.78	172.07	6.29

Tabla 4
Resultados Prueba(MOLcorr)

Punto	H (DCN)	H MOLcorr	DELTA H
2010	217.82	217.96	0.14
2807	246.58	246.17	0.41
FB15	165.78	165.81	0.03

trapolado de difícil interpretación (por el programa) de la diferencia geoidal en una zona sin información y además de una pendiente fuerte del geoide local en el área.

Otras 5 pruebas fueron realizadas para probar el método en diferentes condiciones, para lo cual se cambiaron en cada prueba los puntos BASE, se aumentó o disminuyó el número de puntos para la construcción del mapa de correcciones geoidales, se realizaron interpolaciones y extrapolaciones para vértices muy cercanos o muy alejados del punto BASE, etc. y se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- Los cambios realizados en cada prueba no influyeron significativamente en los resultados obtenidos.

- La fórmula MOLcorr se adaptó de manera más satisfactoria que la fórmula MOLnormal a los cambios de pendiente geoidal.

Los resultados obtenidos con la fórmula MOLcorr en las pruebas se encuentran en la tabla 5.

Prueba con el Modelo "del Pivote" (MDP).

En esta prueba se utilizaron los puntos B128, Af64, 2309, 101A, 2020, 2905, FB32, FB93 y 2006 para generar el mapa de correcciones geoidales y los puntos 2010, 2807 y FB15 para comprobar el modelo. En la elaboración de

dicho mapa se utilizó como punto de referencia (PIVOTE) el vértice 088A por estar en la parte central de la red; el resto de los puntos de construcción del mapa están distribuidos de tal forma que abarcan toda el área del proyecto para tratar de evitar los problemas de la extrapolación. Los puntos de prueba se seleccionaron de tal manera que correspondieran dos a la interpolación, uno alejado y otro cerca del PIVOTE, y los demás puntos tienen el objetivo de probar la precisión de la extrapolación. Los resultados obtenidos se observan en la tabla 6.

La diferencia en el punto FB15 (más alejado del PIVOTE) es mejor 0.40 m que la del punto 2010 (más cercano al PIVOTE), presumiblemente por efecto del suavizamiento que tiene la pendiente del geoide en esa zona; así mismo la diferencia (con respecto a DCN) en el punto 2807 a pesar de ser más elevada que en los puntos anteriores, es aceptable considerando que corresponde a un vértice bastante alejado del PIVOTE, ubicado en una área de pendiente geoidal fuerte y quizá lo más importante, que se trata de una extrapolación en una zona donde ningún programa es capaz de definir exactamente el comportamiento que deben tener las curvas de nivel. Cabe destacar la buena precisión de 0.01 m en el punto FB15, demostrando la excelente capacidad de este modelo cuando se aplica en zonas de pendiente geoidal suave.

Tabla 5
Valores DELTA H de las Pruebas (MOLcorr)

Punto	Pruebas					
	Nº 1	Nº 2	Nº 3	Nº 4	Nº 5	Nº 6
2010	0.14	0.06	0.14	XX	XX	XX
2807	0.41	0.43	0.41	XX	XX	XX
FB15	0.03	0.04	0.03	XX	XX	XX
AF64	XX	XX	XX	0.68	0.58	0.60
2020	XX	XX	XX	0.14	0.30	0.14
2309	XX	XX	XX	0.33	0.31	0.33

Tabla 6
Resultados Prueba (MDP)

Punto	H (DCN)	H MDP	DELTA H
2010	217.82	217.41	0.41
2807	246.58	249.20	2.62
FB15	165.78	165.76	0.01

Se aplicó cinco veces más el modelo MDP a la misma red, pero variando las condiciones al cambiar el PIVOTE y aumentar o disminuir el número de puntos para la construcción del mapa geoidal, concluyéndose que ambos factores no se manifiestan significativamente en los resultados.

Prueba con el Modelo "de las Pendientes"(MLP)

El método consiste en la aplicación de la fórmula (17) en cada uno de los vértices, habiéndose calculado previamente la pendiente del geoide con respecto al elipsoide en la zona, ya que se suponen éstas superficies como dos planos definidos en el mismo sistema. Para el cálculo de las componentes NORTE y ESTE de la referida pendiente, es necesario fijar dos puntos extremos: un punto de referencia y otro de apoyo. El punto seleccionado de referencia en ésta prueba es el 2807 y el de apoyo es el 2309 y la aplicación del método se efectúa en los demás puntos. Con los dos vértices mencionados anteriormente se determinan las componentes de la pendiente en la zona P_e , P_n y se calculan las coordenadas D_e , D_n en todos los vértices con respecto al punto de referencia. Todos los valores

obtenidos se muestran en la tabla 7. Se puede observar que la diferencia con respecto a DCN del punto 2905 es de 0.16 m, valor aceptable ya que el geoide en la zona cambia de una pendiente suave a una más fuerte; en el punto B128 se obtuvo la máxima diferencia debido a que es el punto con mayor altura de todo el proyecto ubicado en la zona de máxima pendiente geoidal. Una diferencia mínima de 0.06 m se obtuvo en el punto 2309 puesto que el mismo se usó para determinar las pendientes P_e , P_n del modelo con lo cual $N=0$ en este punto al calcular las pendientes respectivas en cada punto.

Se efectuó otra prueba en un área más reducida y donde la pendiente del geoide se encuentra mejor definida o menos afectada por ondulaciones locales, con lo cual mejoraron significativamente los resultados en los puntos con los cuales se aplicó el modelo.

Prueba con los Programas TRIMNET y GEOLAB

Para utilizar el programa TRIMNET es necesario tener los archivos SSF resultantes del procesamiento en los que se fijaron las alturas ortométricas de los puntos 2807, 2905, CEME,

Tabla 7
Resultados prueba MLP

VERTICE	H (DCN)	H MLP	DELTA H
2006	214.01	213.77	0.25
2905	229.24	229.08	0.16
088A	288.38	289.93	0.76
2010	217.82	217.58	0.24
2020	152.17	151.86	0.31
FB93	510.04	512.36	2.32
FB15	165.78	165.59	0.18
2309	239.92	239.86	0.06
101A	327.03	328.04	1.01
FB32	142.19	141.94	0.25
AF64	1556.09	1559.66	3.57
B128	3514.66	3514.35	7.05

088A, 2006, 101A, FB32, BM93 y 2309 dejando como puntos de prueba los vértices 2010, AF64, 2020 y FB15. Como resultado de la buena calidad de las mediciones y la redundancia en las líneas bases, el proceso de ajuste solo necesitó dos iteraciones para converger.

Los valores de las nuevas elevaciones en los puntos de prueba aparecen en la tabla 8, en la que se aprecia la mayor diferencia con respecto a DCN en el punto AF64 que es el de mayor altura, por lo cual es aceptable. Para los demás puntos los valores son muy buenos, variando entre 0.02 m y 0.17 m, demostrando la potencialidad en el cálculo de alturas ortométricas del paquete TRIMNET.

En otra prueba realizada con TRIMNET sólo se fijaron las alturas en tres puntos, con lo que, en general, desmejoraron los resultados en un valor aproximado de 0.17 m, pero los valores se mantuvieron dentro del rango esperado (menor a 0.5 m).

Análogamente al caso anterior, se hizo la misma distribución de puntos fijos y de prueba con el programa GEOLAB, se obtuvieron los resultados de las nuevas alturas ortométricas, encontrándose que para los puntos 2020 y FB15 las diferencias fueron las mayores pero están dentro del límite aproximado de aceptación (1m). Otra prueba (Prueba N° 2) realizada fijando menos puntos evidenció problemas en los pun-

tos CEME y 2309 debidos tal vez a problemas de medición, procesamiento o redundancia. Los resultados de las dos pruebas se muestran en la tabla 9.

Comparación y Análisis entre los diferentes Métodos y Modelos de Corrección Geoidal

Previamente al análisis y comparación deben tenerse en cuenta las siguientes consideraciones:

- La extensión de la red es muy grande, cercana a los 200 Km.
- Gran variación entre elevaciones de vértices.
- La zona es montañosa con diferencias de ondulaciones locales considerables.
- Poca información, regularmente espaciada, de alturas ortométricas DCN.

Para efectuar la comparación se tomaron los mejores o menores valores de las diferentes pruebas en cuatro puntos, como aparece en la tabla 10.

Si se analizan, por ejemplo, los resultados para el punto 2010, la menor diferencia es obtenida con el método GEOLAB y la mayor en los modelos MOLnormal y OSU91A, debido a que dichos modelos intrínsecamente están funda-

Tabla 8
Resultados Prueba TRIMNET

PUNTO	H (DCN)	H MDP	DELTA H
2010	217.82	217.71	0.11
2020	152.17	152.15	0.02
FB15	165.78	165.95	0.17
AF64	1556.09	1556.67	0.58

Tabla 9
Resultados Pruebas GEOLAB

PUNTO	PRUEBA N° 2	PRUEBA N° 1
2010	0.41	0.09
2020	1.07	0.81
AF64	0.56	0.46
FB15	0.52	0.39
CEME	2.57	XX
2905	0.54	XX
2006	0.39	XX
FB93	0.12	XX
101A	0.30	XX
2309	1.34	XX

Tabla 10
Menores DELTA H de todas las Pruebas

	2010	2020	AF64	FB15
DELTA H OSU91	5.96	5.29	7.48	5.08
DELTA H GEOID84	3.34	3.70	9.07	4.10
DELTA H MOLnormal	5.98	5.62	6.49	5.96
DELTA H MOLcorr	0.14	0.13	0.68	0.03
DELTA H MDP	0.41	0.26	1.93	0.01
DELTA H MLP	0.24	0.31	3.57	0.18
DELTA H TRIMNET	0.11	0.02	0.58	0.17
DELTA H GEOLAB	0.09	0.81	0.46	0.39

mentados en la utilización de modelos globales de geoides que no se ajustan a la zona en la que se encuentra el vértice 2010, donde el geoide local sufre un cambio de pendiente muy fuerte. De igual manera el GEOID84 se adapta un poco mejor, pero aún así arroja una diferencia considerable. Cabe destacar el resultado obtenido por el modelo MOLcorr que siendo una modificación del modelo tradicional MOLnormal se comportó

más satisfactoriamente que los modelos MDP y MLP, ya que considera en su metodología las ondulaciones locales del geoide.

El modelo MLP tiene la particularidad de ser el único que no utiliza modelos globales de geoide, lo cual puede significar una ventaja desde el punto de vista práctico; éste considera únicamente la pendiente del geoide local con respecto al elipsoide como si fueran planas las

dos superficies, lo que trae como consecuencia un error por efecto de curvatura que influye mucho en la calidad de los resultados. Los mejores valores en este punto (2010) se obtuvieron con los métodos TRIMNET y GEOLAB; esto se debe a que el primero utiliza algoritmos complejos para transformar de un sistema a otro con solo fijar las alturas en puntos específicos, y el segundo está preparado para ajustar alturas al nivel medio del mar utilizando geoides globales con el programa de interpolación completo y no en forma puntual como en el resto de los métodos.

En general, estos dos métodos mostraron uniformidad y calidad en sus resultados, los métodos OSU91A, GEOID84 y MOLnormal presentaron dificultades en puntos de mayor elevación, por ejemplo el AF64, reflejando la gran distorsión de los geoides globales con respecto al geode local, no sólo por su separación sino también por la diferencia de su pendiente y las ondulaciones locales del geode local; sin embargo, los métodos MOLcorr, MDP y MLP arrojan buenos resultados cuando se aplican en zonas de pendiente geoidal suave como sucede en el vértice FB15.

Conclusiones

- Cada método posee una manera distinta de calcular las alturas y por lo tanto, su comportamiento no es el mismo en diferentes áreas, obteniéndose precisiones variadas de acuerdo a la capacidad de adaptación a una zona.

- El programa SURFER utilizado para generar las curvas geoidales [11], aún siendo uno de los mejores en su tipo, presenta problemas al crear curvas donde no existe información.

- El modelo normal de las ondulaciones locales no se desarrolla eficientemente en áreas donde exista una separación considerable entre el geode global y el local.

- El modelo de las ondulaciones locales corregido se desenvuelve aceptablemente en cualquier área aún si la obtención de la altura ortométrica provino de una extrapolación.

- El modelo del PIVOTE se comporta adecuadamente en cualquier zona ya que el mismo

trabaja con diferencias de alturas ortométricas que le permiten adaptarse a las ondulaciones locales del geode, pero es afectado significativamente por la extrapolación de valores.

- El modelo de las Pendientes se comporta muy bien en zonas donde las diferencias de pendiente geoidal no sean muy exageradas.

- El comportamiento del programa TRIMNET fue muy eficiente en toda el área del proyecto. Su precisión depende en general de la cantidad de puntos con altura conocida que sean fijados en el ajuste y de la calidad de las mediciones, redundancia, etc..

- El programa de ajuste GEOLAB es uno de los métodos que ofrecen buenos resultados, pero es muy susceptible a errores provenientes de las mediciones, procesamiento, etc...

- Los programas de ajuste demostraron ser más precisos en toda el área, aún cuando otros modelos dieron resultados excelentes en puntos específicos.

- Comparando los resultados en función de los parámetros TIEMPO-COSTO-PRECISION, se concluye que el modelo de las ondulaciones locales corregido (MOLcorr) permite obtener resultados aceptables en cualquier zona en poco tiempo de medición y procesamiento con lo cual se disminuyen los gastos de producción.

- Ninguno de los métodos es capaz de mantener una precisión en el orden del centímetro.

Referencias Bibliográficas

1. Torge, Wolfgang: "Geodesy". Hannover University. Alemania, (1980).
2. DMA Technical Report: "Department of Defense World Geodetic System 1984. Its Definition and Relationships with Local Geodetics Systems". Second Edition. USA, (1991).
3. Del Monte, E.; Quintero, X.: "Comentarios Relativos al Geode". Consejo Nacional de Cartografía-Taller para la Determinación del Geode en Venezuela. Caracas, (1993).
4. Reigber CH.; Balmiro G.; Moynot B.; Muller, H.: "The GRIM3 Earth Field Model". Manus-

- cripta Geodaetica, Volumen 8, (1983), 93-138.
5. Seeber, Günter: "Satelliten - Geodäsie". Editorial De-Gruyter.(1988).
 6. Wildermann, Eugen: "Informe del Proyecto APTE". Universidad del Zulia - Escuela de Ingeniería Geodésica. Maracaibo, (1989).
 7. Fonseca, A.; Herrera, P.; Llangari, N.; Rolla, M.: "Modelo de Correcciones Geoidales en área del Proyecto Sísmico Flanco Perijanero Sur". VI Congreso Venezolano de Geofísica. Caracas, (1992).
 8. Arp, Hermann: "Modelo Actual de Transformación de Alturas Elipsoidales a Alturas Geoidales". Consejo de Cartografía-Taller para la Determinación del Geoide en Venezuela. Caracas, (1993).
 9. González, Antonio: "La Colocación". Trabajo de Ascenso, Universidad del Zulia - Escuela de Ingeniería Geodésica. Maracaibo, (1988).
 10. Pérez, Javier: "Instrumentación y Ensamblaje de un Sistema de Procesamiento de Datos Cartográficos". Tesis de Grado. Universidad del Zulia - Escuela de Ingeniería Geodésica. Maracaibo, (1993).
 11. Golden Software Inc.: "Reference Manual of SURFER Acces System". Versión 4. USA, (1989).

Recibido el 11 de Octubre de 1994
En forma revisada el 15 de Marzo de 1995